- Pour $n \in \mathbb{N}$; Supposons que $0 < U_n < 3$

et montrons que $\boxed{0 < U_{n+1} < 3}$.

- $U_{n+1} = \dfrac{4U_n}{1+U_n} > 0$ ($4U_n > 0$, $1+U_n > 0$)

* $U_{n+1} - 3 = \dfrac{4U_n}{1+U_n} - 3 = \dfrac{4U_n - 3 - 3U_n}{1+U_n}$

$= \dfrac{U_n - 3}{1+U_n} < 0$ ($U_n - 3 < 0$, $1+U_n > 0$)

Donc $0 < U_{n+1} < 3$

- Donc par recurrence, $\forall n \in \mathbb{N}$; $0 < U_n < 3$.

- $\ell \in \mathbb{R} \cup \{+\infty, -\infty\}$

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \ell \iff \begin{cases} \lim_{n \to +\infty} U_{2n} = \ell \\ \lim_{n \to +\infty} U_{2n+1} = \ell \end{cases}$$

- Suites adjacentes

$\forall n$

- $U_n < V_n$
- (U_n) est ↗ et (V_n) est ↘
- $\lim U_n - V_n = 0$

alors (U_n) et (V_n) sont adjacentes

c.à.d (U_n) et (V_n) sont convergentes et $\lim V_n = \lim U_n$